

# INFLUÊNCIA DO MODELO ESTRUTURAL NA DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE $\gamma_z$

Danielle Meireles de Oliveira – Doutora em Engenharia de Estruturas, Prof. Adjunta – danielle@demc.ufmg.br  
Deptº Eng. de Materiais e Construção, Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627, bl. 1, Pampulha, 31270-901 - Belo Horizonte, MG

Ney Amorim Silva – Doutor em Engenharia Civil (Eng. Estruturas), Prof. Associado – ney@dees.ufmg.br  
Deptº Eng. de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais – Av. Antônio Carlos 6627, bl. 1, Pampulha, 31270-901 – Belo Horizonte, MG

## RESUMO

Neste trabalho avalia-se a influência do modelo estrutural adotado na determinação do coeficiente  $\gamma_z$ , empregado para indicar a necessidade ou não de se considerar os efeitos de segunda ordem globais na análise das estruturas de concreto armado. Com este objetivo, são calculados os valores de  $\gamma_z$  para dois edifícios de médio porte (o primeiro duplamente simétrico e o segundo sem qualquer simetria), considerando cinco modelos tridimensionais distintos, desenvolvidos utilizando o software ANSYS-9.0. Os resultados obtidos permitem verificar que análises menos refinadas tendem a fornecer valores de  $\gamma_z$  mais conservadores. Isto significa que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos coeficientes  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos. Portanto, na prática de projeto, devem ser preferencialmente utilizados modelos mais sofisticados, uma vez que representam com maior precisão o comportamento real das estruturas e fornecem menores valores de  $\gamma_z$ , o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem os efeitos de segunda ordem.

**Palavras-chave:** Concreto armado, Modelo estrutural, Coeficiente  $\gamma_z$

## ABSTRACT

In this work, the influence of the structural model in determination of  $\gamma_z$  coefficient, used to evaluate final second order effects in reinforced concrete structures, is studied. With this purpose, the values of  $\gamma_z$  coefficient for two buildings of medium height (the first one doubly symmetric and the other without any symmetry) considering five different three-dimensional models, developed using ANSYS-9.0 software, are determined. The results show that simplified analysis provide more conservative values of  $\gamma_z$ . It means that, for structures analysed by simplified models, large values of  $\gamma_z$  don't imply, necessarily, in significant second order effects. Therefore, in design practice, sophisticated models should be used, since they better represent the actual behavior of the structures. Furthermore, those models provide smaller values of  $\gamma_z$  and, consequently, in several cases, the second order effects can be despised, leading to more economic designs.

**Keywords:** Reinforced concrete, Structural model,  $\gamma_z$  Coefficient

## INTRODUÇÃO

Atualmente tem se tornado comum a construção de estruturas mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais elevados e arrojados.

Quanto mais alto e esbelto o edifício, maiores são as solicitações presentes, principalmente as decorrentes das ações laterais. Nestes casos, a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem passam a assumir fundamental importância no projeto estrutural.

Os efeitos de segunda ordem surgem quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada. Dessa forma, as forças existentes interagem com os deslocamentos, produzindo esforços adicionais. Os esforços de segunda ordem introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a cargas verticais e horizontais, são denominados efeitos globais de segunda ordem.

Sabe-se que todas as estruturas são deslocáveis. Entretanto, em algumas estruturas, mais rígidas, os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, conseqüentemente, os efeitos globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, podendo então ser desprezados. Estas estruturas são denominadas estruturas de nós fixos. Nestes casos, as barras podem ser dimensionadas isoladamente, com

suas extremidades vinculadas, onde são aplicados os esforços obtidos pela análise de primeira ordem.

Por outro lado há estruturas mais flexíveis, cujos deslocamentos horizontais são significativos e, portanto, os efeitos globais de segunda ordem representam uma parcela importante dos esforços finais, não podendo ser desprezados. É o caso das estruturas de nós móveis, para as quais deve-se realizar uma análise de segunda ordem.

A NBR 6118 (2003) apresenta dois processos aproximados que permitem classificar as estruturas (nós fixos ou móveis), ou seja, verificar a possibilidade de dispensa da consideração dos efeitos globais de segunda ordem no cálculo estrutural: o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$ . Porém, o coeficiente  $\gamma_z$  vai além do parâmetro  $\alpha$ , uma vez que ele também pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse 1.3. Esta avaliação é realizada a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $0.95\gamma_z$ .

Entretanto, é óbvio que, para que os efeitos de segunda ordem possam ser avaliados satisfatoriamente, é necessário que o coeficiente  $\gamma_z$  seja calculado com precisão.

Dentro deste contexto, o presente trabalho pretende verificar a influência do modelo estrutural adotado no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ . Assim, são determinados os valores de  $\gamma_z$  para dois edifícios de médio porte de concreto armado, considerando cinco modelos tridimensionais distintos, desenvolvidos utilizando o “software” ANSYS-9.0. Os resultados obtidos permitem identificar quais modelos são mais adequados para a prática de projeto, e também aqueles cuja utilização pode se mostrar desvantajosa e anti-econômica.

## COEFICIENTE $\gamma_z$

A NBR 6118 (2003) prescreve que o coeficiente  $\gamma_z$ , válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais, para considerar a não-linearidade física de forma aproximada.

Para cada combinação de carregamento, calcula-se o valor de  $\gamma_z$  por meio da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (1)$$

sendo:

- $M_{1,tot,d}$  (momento de primeira ordem): soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) da combinação considerada, em relação à base da estrutura, ou seja, pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = \sum (F_{hid} \cdot h_i) \quad (2)$$

sendo que  $F_{hid}$  é a força horizontal aplicada no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $h_i$  é a altura do pavimento  $i$ ;

- $\Delta M_{tot,d}$  (acréscimo de momentos após a análise de primeira ordem): soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação:

$$\Delta M_{tot,d} = \sum (P_{id} \cdot u_i) \quad (3)$$

sendo que  $P_{id}$  é a força vertical atuante no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $u_i$  é o deslocamento horizontal do pavimento  $i$ .

Se for satisfeita a condição  $\gamma_z \leq 1.1$ , a estrutura será classificada como de nós fixos.

O coeficiente  $\gamma_z$  também pode ser utilizado como coeficiente majorador, desde que seu valor não ultrapasse 1.3. De acordo com a NBR 6118 (2003), os esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) podem ser avaliados a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $0.95\gamma_z$ .

## APLICAÇÕES NUMÉRICAS

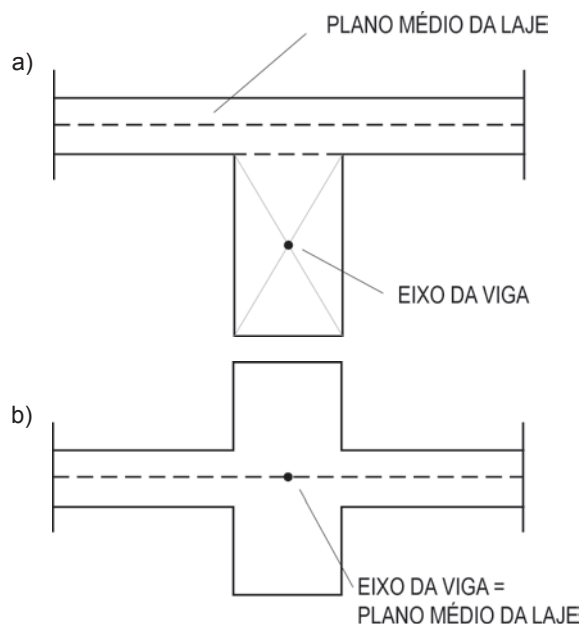
Como comentado no item anterior, a NBR 6118 (2003) estabelece que o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser determinado a partir de uma análise em primeira ordem das estruturas. No entanto, esta análise pode ser realizada utilizando vários tipos de modelos estruturais. Por exemplo, um edifício pode ser modelado considerando as lajes como diafragmas rígidos ou representando-as por meio de elementos de casca. Além disso, a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje pode ou não ser levada em conta. Dessa forma, para avaliar a possível influência do modelo estrutural adotado no valor obtido para  $\gamma_z$ , serão calculados os coeficientes  $\gamma_z$  para dois edifícios em concreto armado, considerando cinco modelos tridimensionais distintos, desenvolvidos utilizando o software ANSYS-9.0. Os resultados destes modelos serão, então, analisados e comparados.

## EDIFÍCIOS E MODELOS ANALISADOS

O primeiro edifício analisado [cujo pavimento tipo pode ser encontrado em OLIVEIRA (2007)] é composto por dezesseis pavimentos (com pé-direito de 2.9 m) e apresenta simetria em ambas as direções X e Y. Adotou-se 20 MPa para a resistência característica do concreto à compressão e coeficiente de Poisson igual a 0.2.

O segundo edifício [cujo pavimento tipo também pode ser encontrado em OLIVEIRA (2007)] é composto por dezoito pavimentos (com pé-direito de 2.55 m) e não possui qualquer simetria. O concreto apresenta resistência característica à compressão e coeficiente de Poisson iguais a 30 MPa e 0.2, respectivamente.

Cada edifício foi analisado utilizando cinco modelos tridimensionais distintos. No primeiro modelo os pilares e vigas são representados através de elementos de barra (definidos no ANSYS como “beam 4” e “beam 44”, respectivamente) e as lajes por meio de elementos de casca (denominados “shell 63”). Os elementos “beam 4” e “beam 44” apresentam seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções X, Y e Z. O elemento “shell 63” possui quatro nós, cada nó apresentando seis graus de liberdade, os mesmos dos elementos de barra. O elemento “beam 44”, utilizado para representar as vigas, permite levar em conta a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje. Assim, este modelo simula a situação real entre as lajes e as vigas, como apresentado na Fig. 1 (a).



**Figura 1 – (a) Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 44”; (b) Modelo laje-viga utilizando o elemento “beam 4”.**

O segundo modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 44” pelo elemento “beam 4” para representar as vigas. Dessa forma, neste modelo o plano médio da laje coincide com o eixo da viga, Fig. 1 (b), uma vez que o elemento “beam 4” não permite a consideração de excentricidades.

No terceiro modelo, os pilares e vigas são representados através do elemento “beam 4” e as lajes são tratadas como diafragmas rígidos, isto é, admite-se que elas têm rigidez infinita no próprio plano e rigidez nula transversalmente. No programa ANSYS, a hipótese de diafragma rígido é incorporada ao modelo através de um comando específico, que relaciona os graus de liberdade dos nós que compõem o plano da laje. Assim, define-se um nó “mestre”, correspondente ao ponto que representa todos os nós do pavimento. Os demais nós, denominados “escravos”, possuem os seus próprios graus de liberdade e aqueles representados pelo nó “mestre”. Portanto, neste modelo, o sistema estrutural é constituído apenas por barras, uma vez que as lajes não são modeladas.

O quarto modelo, como o anterior, é também constituído apenas por barras (representando os pilares e vigas através do elemento “beam 4”), porém sem considerar a hipótese de diafragma rígido.

Finalmente, o último modelo difere do anterior apenas pela substituição do elemento “beam 4” pelo elemento “beam 44” para representar as vigas, possibilitando assim a consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje.

A Tab. 1 resume as principais características dos modelos empregados.

## CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

As ações atuantes nos edifícios dividem-se em dois grupos: as ações verticais e as ações horizontais.

**Tabela 1. Características principais dos modelos empregados**

Modelo	Elementos adotados	Representação das lajes	Considerações da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje
1	“beam 4”, “beam 44” e “shell 63”	Elementos de casca	Sim
2	“beam 4” e “shell 63”	Elementos de casca	Não
3	“beam 4”	Diafragma rígido	Não
4	“beam 4”	–	Não
5	“beam 4” e “beam 44”	–	Sim

As ações verticais são compostas pelas cargas permanentes e pela carga accidental ou sobrecarga. As cargas permanentes consideradas foram os pesos próprios das estruturas, as cargas de alvenaria e o revestimento das lajes.

As principais ações horizontais que devem ser levadas em conta no projeto estrutural são as forças devidas ao vento e as relativas às imperfeições geométricas (desaprumo). No entanto, de acordo com a NBR 6118 (2003), esses carregamentos não precisam ser superpostos, podendo ser considerado apenas o mais desfavorável (aquele que provoca o maior momento total na base da estrutura). Segundo RODRIGUES JÚNIOR (2005), “para edifícios altos, assim como no caso da escolha da carga variável principal, é possível comprovar que, na grande maioria dos casos práticos, o vento corresponde à situação mais desfavorável”. Dessa forma, neste trabalho, o carregamento horizontal aplicado às estruturas foi o correspondente à ação do vento, considerado mais desfavorável que o desaprumo, tanto para a direção X quanto para a direção Y. Vale ressaltar que as forças de arrasto foram calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6123 (1988).

Os coeficientes aplicados às ações, definidos a partir da combinação última normal que considera o vento como a ação variável principal, foram determinados segundo as recomendações da NBR 6118 (2003).

## RESULTADOS OBTIDOS

O coeficiente  $\gamma_z$  foi calculado a partir da análise linear em primeira ordem das estruturas, para as cargas verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais. Nesta análise considerou-se a não-linearidade física de forma simplificada, como estabelece a NBR 6118 (2003), reduzindo a rigidez dos elementos estruturais.

Os valores de  $\gamma_z$  (nas direções X e Y) obtidos para ambos os edifícios e considerando todos os modelos utilizados estão apresentados na Tab. 2.

**Tabela 2. Valores de  $\gamma_z$  obtidos para os edifícios I e II, considerando todos os modelos utilizados.**

Modelos	Edifício I		Edifício II	
	Direção X	Direção Y	Direção X	Direção Y
1	1.09	1.06	1.20	1.08
2	1.18	1.14	1.31	1.15
3	1.19	1.14	1.32	1.16
4	1.19	1.14	1.32	1.16
5	1.19	1.14	1.32	1.16

Observa-se na Tab. 2 que, com exceção do modelo 1, todos os modelos forneceram praticamente os mesmos valores de  $\gamma_z$ , tanto para o edifício I quanto para o edifício II. Portanto, a presença ou não de simetria não exerceu qualquer influência nos resultados obtidos. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  calculados a partir do modelo 1, o mais sofisticado, são bastante inferiores aos dos demais modelos. Isto significa que análises mais simplificadas tendem a fornecer resultados mais conservadores. Dessa forma, pode-se afirmar que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos valores de  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos: considerando os resultados do modelo 1, o edifício I seria classificado como de nós fixos nas duas direções e o edifício II, na direção Y. No entanto, segundo os demais modelos, ambas as estruturas seriam classificadas como de nós móveis nas direções X e Y. Assim, sob este ponto de vista, a utilização de modelos menos refinados se mostra desvantajosa e anti-econômica, uma vez que pode resultar em efeitos de segunda ordem bastante relevantes, quando na realidade não devem ser.

É importante mencionar que, obviamente, quanto menor é o valor do coeficiente  $\gamma_z$ , mais rígida é a estrutura, o que é facilmente constatado pela análise da Eq. (1). Se os deslocamentos horizontais da estrutura forem bastante grandes, de forma que o acréscimo de momentos  $\Delta M_{tot,d}$  se torne aproximadamente igual ao momento  $M_{I,tot,d}$  ou seja,  $\Delta M_{tot,d} / M_{I,tot,d} \cong 1$ , o coeficiente  $\gamma_z$  tenderá ao infinito. Este seria o caso de uma estrutura infinitamente flexível. Por outro lado, para uma estrutura infinitamente rígida, isto é, que não se deslocasse sob a ação das cargas, a parcela  $\Delta M_{tot,d}$  seria nula, e, conseqüentemente, o coeficiente  $\gamma_z$  seria igual a 1. Com base nestas considerações, pode-se afirmar, observando os valores de  $\gamma_z$  apresentados na Tab. 2, que os edifícios, se analisados utilizando o modelo 1, apresentam-se bem mais rígidos do que se analisados considerando os demais modelos. Além disso, verifica-se que este acréscimo considerável na rigidez é devido à representação das lajes como elementos de casca associada à consideração da excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje, não sendo suficiente levar em conta apenas um destes fatores, como pode ser constatado observando os resultados dos modelos 2 e 5.

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou realizar uma avaliação da influência do modelo estrutural adotado no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ , utilizado para classificar as estruturas e estimar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem.

Com base nos estudos realizados, verificou-se que análises menos refinadas tendem a fornecer valores de  $\gamma_z$  mais conservadores. Isto significa que, para estruturas analisadas por meio de modelos simplificados, a obtenção de altos valores de  $\gamma_z$  não implica necessariamente em efeitos de segunda ordem significativos.

Sendo assim, cabe ao meio técnico, ao adotar modelos simplificados, estar ciente de que sua utilização pode, em muitos casos, se mostrar desvantajosa e anti-econômica, resultando em efeitos de segunda ordem bastante relevantes, quando na realidade não devem ser.

Na prática de projeto, modelos mais sofisticados (nos quais as lajes são representadas como elementos de casca e é considerada a excentricidade existente entre o eixo da viga e o plano médio da laje), embora envolvam maior trabalho computacional, deveriam ser preferencialmente utilizados, uma vez que representam com maior precisão o comportamento real das estruturas e fornecem valores de  $\gamma_z$  bem inferiores aos obtidos por modelos mais simplificados, o que leva a uma maior economia e, em muitos casos, dispensa a realização de análises que considerem, de forma aproximada ou não, os efeitos de segunda ordem.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *NBR 6123 – Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.

OLIVEIRA, D.M (2007). *Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado*. Belo Horizonte. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

RODRIGUES JÚNIOR, S.J. (2005). *Otimização de pilares de edifícios altos de concreto armado*. Rio de Janeiro. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.