



FINANÇAS

UMA REVISÃO DA LITERATURA SOBRE MODELOS DE VOLATILIDADE EM ESTUDOS BRASILEIROS

A LITERATURE REVIEW ON VOLATILITY MODELS IN BRAZILIAN STUDIES

Frank Magalhães de Pinho
Universidade Federal de Minas Gerais

Marcos Antônio de Camargos
Universidade Federal de Minas Gerais

Joice Marques Figueiredo
Universidade Federal de Minas Gerais

Data de submissão: 14 fev. 2016. **Data de aprovação:** 19 dez. 2016. **Sistema de avaliação:** Double blind review. Universidade FUMEC / FACE. Prof. Dr. Henrique Cordeiro Martins, Prof. Dr. Cid Gonçalves Filho.

RESUMO

A volatilidade é uma medida de variabilidade de uma variável que precisa ser estimada. Os diversos modelos empregados para esse fim evoluíram de estimadores simples como o desvio padrão para modelos mais sofisticados, como os modelos da família GARCH. Com o intuito de analisar as características metodológicas, evidências empíricas e principais constatações acerca dos estudos que abordaram este tema analisaram-se os artigos publicados, entre 2000 e 2014, nos principais periódicos brasileiros segundo a classificação QUALIS-CAPES 2014. Dentre os diversos resultados alcançados, evidencia-se o maior emprego do enfoque estatístico para estimar a volatilidade, o melhor desempenho dos modelos da família GARCH quando o objetivo foi comparar metodologias e a insuficiente utilização de testes diagnósticos e critérios de decisão para a validação e escolha dos melhores modelos respectivamente.

PALAVRAS-CHAVE

Revisão da Literatura. Volatilidade.

ABSTRACT

Volatility is a measure of variability for a variable that must be estimated. The different models used for this purpose have evolved from simple estimators as the standard deviation for more sophisticated models, such as models of GARCH family. In order to analyze the methodological characteristics, empirical evidence and key findings about the studies that have addressed this issue analyzed the articles published between 2000 and 2014, the second major Brazilian magazines the QUALIS-CAPES classification 2014. Among the various achievements is evident in the increased use of the statistical approach to estimate volatility, the best performance of GARCH family models when the objective was to compare methodologies and insufficient use of diagnostic testing and decision criteria for validation and selection of best designs respectively.

KEYWORDS

Literature Review. Volatility.

INTRODUÇÃO

A volatilidade tem sido alvo de estudo e interesse entre acadêmicos e profissionais, sobretudo no que diz respeito aos modelos e estimadores utilizados para calculá-la. O interesse maior pelo tema ocorre principalmente nos mercados de capitais, monetário e cambial. Sua estimativa correta assume grande relevância no dimensionamento e precificação de risco e de ativos, bem como na elaboração de estratégias de investimento.

Morettin (2004) define a volatilidade como uma medida não observável que representa a variabilidade de uma variável. Alguns analistas afirmam que as oscilações nos preços e retornos são causadas unicamente pela chegada aleatória de novas informações, o que faz os investidores adaptarem suas expectativas. Já autores como Hull e White (1987) argumentam que a volatilidade é amplamente causada pela negociação. O primeiro relato da existência

de uma medida para quantificar a variância de uma série de dados surgiu em 1894, quando Karl Pearson introduziu o conceito de desvio padrão, medida de dispersão em relação à média. Apesar de ser uma medida simples atualmente, ela foi importante para o desenvolvimento de técnicas modernas.

Uma característica marcante da volatilidade é que ela não é uma variável diretamente observável. Devido a isso, existem três enfoques principais para seu cálculo: 1. Estatístico, é calculada por meio de modelos econométricos com dados passados da variável. Com o avanço computacional esses modelos evoluíram de estimadores simples como o alisamento exponencial, para modelos mais sofisticados como modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e de volatilidade estocástica; 2. Implícito, é calculada com o equacionamento do preço de mercado observado com o preço mo-

delado de uma opção europeia (modelo de Black-Scholes); e 3. histórico, é obtida por meio de uma média de uma função dos últimos k retornos de uma série ou pelo desvio padrão da amostra. São utilizadas observações passadas de uma variável para prever a volatilidade (MORETTIN, 2008). Em geral, os modelos utilizados nestes enfoques alcançam valores diferentes para a volatilidade de uma mesma variável.

Uma das principais características da volatilidade implícita é que o preço de uma opção depende da volatilidade futura esperada ao longo do horizonte de sua maturidade. Já a volatilidade estatística depende da escolha de um modelo estatístico que é aplicado aos dados históricos dos retornos do ativo, geralmente um modelo de séries de tempo (GABE e PORTUGAL, 2004).

Conforme destacam Christensen e Prahala (1997), uma vez confirmada a hipótese da eficiência de um mercado (FAMA, 1970 e 1991), de que este incorpora de forma rápida e precisa o fluxo de informações no preço dos ativos, a volatilidade implícita se apresenta como uma boa estimadora da volatilidade futura.

Diante dessas alternativas de cálculo da volatilidade, não há um consenso na literatura sobre qual delas se mostra mais superior. Inúmeras pesquisas, tanto na literatura nacional (CERQUEIRA, 2013; GAIO e PIMENTA JÚNIOR, 2012; MACIEL *et al.* 2012; COSTA FILHO e ROCHA, 2010; BARROSSI-FILHO, ACHCAR e SOUZA, 2009; MEDEIROS e DOORNIK 2008; GABE e PORTUGAL, 2004), quanto internacional (NIELSEN e SHEPHARD, 2002, HANSEN e LUNDE, 2005, SHAIKH e PADHI, 2014; TAYEFI e RAMANATHAN, 2012; ATABOONWONGSE, 2012, LIU e CAO, 2011, BELHOUSA e BOUTAHARY, 2010) têm

sido feitas com o objetivo de determinar qual estimador prediz com maior eficiência a volatilidade de uma variável.

A volatilidade é um tema bastante pesquisado nos últimos anos, tanto nos estudos da área de Finanças, quanto de Economia. Nos últimos dez anos, mais de quarenta artigos foram publicados nas principais revistas brasileiras abordando esse tema. A maioria focada em dois objetivos principais: 1. Comparação de modelos, a fim de descobrir qual deles é o melhor no processo de estimação e previsão da volatilidade; e 2. Identificação de inter-relações ou influência da volatilidade de uma variável em outra variável do mercado financeiro.

Inserido nesta discussão, o objetivo deste trabalho é analisar as publicações sobre o tema volatilidade na literatura nacional (periódicos), visando identificar os principais modelos e estimadores, suas características metodológicas e constatações empíricas. Em síntese, se propõe fazer uma revisão da literatura empírica nacional, identificando suas contribuições à teoria econômico-financeira visando proporcionar um melhor entendimento sobre o tema, reunindo um conjunto de evidências empíricas, contribuindo para a sistematização do seu arcabouço teórico-metodológico. Para isto, realizou-se um levantamento dos artigos acadêmicos publicados nas principais revistas nacionais de Administração, Economia e Contabilidade, entre 2000 e 2014.

Este trabalho tem a seguinte estrutura, após essa introdução, a seção 2 apresenta as características metodológicas, os objetivos e as constatações das pesquisas sobre modelos de volatilidade da literatura nacional. A seção 3 detalha a metodologia utilizada para a análise sistemática dos artigos. A

seção 4 apresenta e discute os resultados encontrados. Encerra-se com as considerações finais e conclusões na seção 5, seguidas das referências.

REFERENCIAL TEÓRICO

Modelos de Volatilidade Histórica

No âmbito da volatilidade histórica destacam-se os modelos de desvio padrão e média móvel. O desvio padrão é a medida mais simples utilizada para medir a volatilidade de uma série. O termo foi introduzido na estatística por *Karl Pearson* em 1894 e representa a dispersão de um conjunto de dados em relação à sua média. A variância amostral de uma variável i utilizando uma amostra com n observações é definido como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{sendo} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

O maior problema deste modelo é o fato de todas as observações da amostra possuírem o mesmo peso. Após eventos extremos, por exemplo, a volatilidade aumenta e permanece em um nível mais alto até que a observação saia da amostra, superestimando o risco, voltando a níveis mais baixos. Portanto, não se leva em conta o fato que as observações mais recentes possuem um peso maior sobre a volatilidade estimada no instante t .

Na tentativa de minimizar estes problemas, desenvolveu-se o modelo *Simple Moving Average* (SMA). Neste, utiliza-se médias móveis com pesos fixos para todas as observações utilizadas em determinada janela. Apesar disto, Valls (2007) destaca que é possível obter alguma flexibilidade ao modelar a volatilidade, pois se pode controlar

a importância da observação mais recente através da escolha do tamanho da janela. Neste caso, a variância da variável i utilizando uma amostra com uma janela móvel de T observações segue a mesma fórmula que o desvio padrão, descrita na equação 1. A diferença está na utilização da janela de dados.

Segundo Logerstaey e Spencer (1996) um dos problemas deste modelo são as mudanças abruptas no desvio padrão causadas por choques adversos. Devido à fixação da janela de dados os efeitos dos choques são registrados com defasagens e ainda, permanecem por um período de tempo mais longo que o seu fim. Em consequência disto, obtêm-se estimações menos realistas da volatilidade atual.

Modelos de Volatilidade Estatística *Exponentially Weighted Moving-Average* (EWMA)

O modelo SMA, abordado na seção anterior, pode ser considerado um caso particular do modelo EWMA (*Exponentially Weighted Moving-Average*). A diferença entre estes modelos é que o primeiro considera pesos iguais para as observações dentro de uma mesma janela, já no segundo, esta restrição é quebrada. Isto possibilita captar as características dinâmicas da volatilidade.

O modelo parte da premissa que a distribuição condicional das observações é normal e possui média zero e variância dada por (5), ou seja, onde representa todas as informações disponíveis até .

Conforme a equação 5, verifica-se que a estimativa da volatilidade num dado instante é baseada em uma média móvel exponencial composta por dois elementos: a variância em que recebe peso os choques ao quadrado em , que recebe peso .

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + u_t \quad (\mu_t = 0) & (2) \\
 u_t &= \sigma_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \rightarrow IID N(0,1) & (3) \\
 \sigma_t^2 &= \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)y_{t-1}^2 \quad \text{para } 0 < \lambda < 1 & (4)
 \end{aligned}$$

onde $\varepsilon_t \sim iid N(0,1)$ representa uma função densidade de probabilidade normal independente e identicamente distribuída e λ é um parâmetro que determina o peso relativo aplicado aos componentes da média ponderada, denominado fator de decaimento.

Tsay (2005) argumenta que a vantagem deste modelo é sua simplicidade, ele é fácil de entender e aplicar. Já a desvantagem é a hipótese de normalidade de $y_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$, pois esta condição nem sempre é verificada quando se utiliza dados reais. Além disto, o fato de ser necessário utilizar o parâmetro não estimado λ pode causar viés no modelo.

Família ARCH/GARCH

Um dos principais problemas do modelo desenvolvido na seção anterior é a existência do parâmetro λ determinado de forma exógena. Assim, com o objetivo de fornecer melhores estimativas e previsões para a volatilidade, Engle (1982) propôs o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Hetercedasticity*) que deu origem a uma nova classe de modelos – os modelos de heterocedasticidade condicional, ou seja, de variância não constante ao longo do tempo e condicional ao passado.

Engle (1982) se preocupou em modelar os chamados *clusters* de volatilidade, ou seja, a tendência dos períodos de alta volatilidade ser acompanhados por períodos de alta volatilidade e vice-versa. Para isto, ele incorporou no seu modelo o fato da variância condicional poder mudar ao longo do tempo. Além disto,

neste modelo há flexibilidade quanto à função de distribuição de probabilidade do termo de erro (ε_t).

A variância condicional do erro estimada através do modelo ARCH (q), onde q representa a ordem de dependência de choques passados, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + u_t \quad (\mu_t = 0) & (5) \\
 u_t &= \sigma_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \rightarrow IID D(\cdot) & (6) \\
 \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2, \omega > 0 & (7)
 \end{aligned}$$

onde $\varepsilon_t \sim iid D(\cdot)$ representa uma função densidade de probabilidade (FDP) qualquer, $\omega > 0, \alpha_i \geq 0$ e $\sum \alpha_i < 1$. A condição de não-negatividade, $\alpha_i \geq 0$, garante que a variância condicional do erro seja maior que zero. Já a condição $\sum \alpha_i < 1$ garante a estacionariedade da série analisada.

Tsay (2005) destaca que devido à alta persistência da volatilidade, o valor da ordem q no modelo ARCH costuma ser elevado. Isto torna o modelo pouco parcimonioso já que a descrição da volatilidade condicional requer a estimação de um grande número de parâmetros.

Bollerslev (1986) expandiu o modelo proposto por Engle e desenvolveu o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Hetercedasticity*). Neste, são incluídas variâncias passadas no estimador da variância a fim de representar a forte dependência temporal desta variável. O modelo GARCH (p, q), onde p e q representam a ordem de dependência da variância condicional e dos choques passados pode ser escrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (8)$$

onde $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ e $0 \leq \sum \alpha_i + \sum \beta_j \leq 1$. Esta última condição garante a estacionariedade de segunda ordem do modelo.

Desde a introdução do modelo ARCH, foram desenvolvidas várias extensões deste, incluindo o modelo GARCH, a fim de incorporar as primeiras características particulares verificadas em algumas séries temporais, como, por exemplo, diferenças na volatilidade causada por choques positivos e negativos e modelagem de séries não estacionárias.

O modelo IGARCH (Integrated GARCH), definido por Nelson (1991) como uma integração do modelo GARCH, é usado para modelar séries que são não estacionárias de segunda ordem e precisam ser diferenciadas. O modelo IGARCH (p, q) pode ser escrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (9)$$

$$\text{onde } \sum \alpha_i + \sum \beta_j = 1 .$$

Observa-se que o modelo IGARCH (1,1) corresponde ao modelo EWMA, com $\omega = 0$, porém no primeiro, os parâmetros α_i e β_i são determinados de forma endógena.

Outra extensão do modelo GARCH é o modelo GARCH-M (GARCH-in-Mean), proposto por Engle, Lilien e Robins (1997) no qual é considerada a possibilidade de haver variabilidade na média. O modelo GARCH-M (p, q) pode ser escrito como:

$$y_t = \mu + c\sigma_t^2 + u_t \quad (10)$$

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \rightarrow IID D(\cdot) \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (12)$$

onde μ e c são constantes. O parâmetro c é chamado de parâmetro de prêmio de risco. Se c for positivo, a variável analisada é afetada positivamente por sua volatilidade e vice-versa.

Já os modelos EGARCH (Exponential GARCH), desenvolvido por Nelson (1991), GJR-GARCH (Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH) proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e o modelo T-GARCH (Threshold-GARCH), desenvolvido por Zakoian (1994) levam em conta a possibilidade da existência de assimetria de choques na volatilidade. Portanto, permite que choques positivos e negativos possam produzir efeitos diferentes na variância condicional de uma série. Este fato é observado principalmente em séries financeiras.

O modelo EGARCH (p, q) especifica a variância na forma logarítmica a fim de não impor restrições de não negatividade sobre os parâmetros estimados e pode ser escrito como

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(y_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln \sigma_{t-i}^2 \quad (13)$$

$$g(y_t) = \theta \frac{y_t}{\sigma_t} + \gamma \left\{ \left| \frac{y_t}{\sigma_t} \right| - E \left(\left| \frac{y_t}{\sigma_t} \right| \right) \right\} \quad (14)$$

onde ω e γ são constantes e $\frac{y_t}{\sigma_t} = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}$ é o resíduo padronizado. O coeficiente γ mede a assimetria do modelo. Se $\gamma > 0$ os choques positivos tem um impacto maior variância condicional que choques negativos, se $\gamma < 0$ o contrário e se $\gamma = 0$ não há efeitos assimétricos.

No modelo GJR-GARCH diferencia-se o impacto de choques positivos e negativos por meio da *dummie* S_{t-1}^- , que assume valor 0 se y_{t-1}^2 for positivo e 1 se for negativo. A especificação para y_t segue as equações 6 e 7, já variância do modelo GJR-GARCH (p, q) pode ser escrita como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i y_{t-i}^2 + \gamma_i S_{t-i}^- y_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{15}$$

No modelo T-GARCH (p, q) a variância pode ser escrita como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|y_{t-i}| - \gamma_i y_{t-i})^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{16}$$

Observa-se quando o parâmetro gama é positivo, o modelo é assimétrico, isto faz com que a volatilidade aumente mais na presença de choques negativos do que para choques positivos.

O modelo APARCH (*Asymmetric Power ARCH*), desenvolvido por Ding, Granger e Engle (1993) pode ser considerado uma generalização de uma gama de modelos vistos anteriormente e incorpora tanto a característica de caudas pesadas das séries analisadas, excesso de curtose, efeito alavancagem e persistência da variância (DING, 2011).

Segundo Laurent (2004) ele é considerado o mais promissor dos modelos da família ARCH e tem sido usado em várias aplicações recentes. O modelo APARCH (p, q) pode ser escrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|y_{t-i}| - \gamma_i y_{t-i})^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{17}$$

onde α e γ são parâmetros a serem estimados. Quando γ é positivo, choques negativos tem um impacto maior na volatilidade que choques positivos de mesma magnitude. Para valores de γ negativos, os choques positivos tem impacto maior. E quando considera-se que não existe assimetria dos retornos.

Os modelos que podem ser derivados ou estimados a partir deste são: ARCH, GAR-

CH, GJR-GARCH, T-GARCH, TS-GARCH, T-ARCH, N-GARCH e Log-ARCH. Outro modelo que faz parte desta família é o modelo FI-GARCH desenvolvido por Baillie, Bollerslev e Mikkelsen (1996), busca captar o processo de memória longa da variância condicional. Segundo Belkhouja e Bou-tahary (2010) este modelo tem adquirido grande interesse devido à sua capacidade de capturar a persistência da volatilidade.

O termo “Integração Fracionária” significa que o parâmetro d , que representa o grau de integração, pode assumir frações de um número inteiro, evolução em relação ao modelo ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*). O modelo FI-GARCH pode ser escrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L) - \phi L(1-L)^d] y_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2 \tag{18}$$

onde ϕ é um operador de defasagem, é definido como parâmetro de longa memória, em que L e Δ como operador de diferença fracionária.

Por fim, o modelo HY-GARCH desenvolvido por Davidson (2004) é considerado como uma generalização do modelo FI-GARCH e incorpora os modelos GARCH, IGARCH além do FI-GARCH. O modelo HY-GARCH pode ser escrito como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \{1 - \beta(L) - \phi L[1 + \alpha((1-L)^d - 1)]\} y_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2 \tag{19}$$

Modelo de Volatilidade Estocástica (MVE)

Os modelos de volatilidade estocástica apresentam uma inovação em relação aos modelos descritos na seção anterior. Nestes últimos, considerava-se que apenas o erro continha uma componente estocástica em sua equação. A equação da variância estava condicionada a um conjunto de in-

formações passadas e não a uma variável aleatória ou uma nova distribuição de probabilidade.

O modelo de volatilidade estocástica (MVE), proposto por Taylor (1980) é mais flexível para modelar séries temporais no sentido de quebrar esta hipótese e assumir dois processos para os ruídos: um para as observações e outra variável aleatória para modelar as variâncias latentes.

O modelo parte da premissa que a distribuição condicional das observações é normal e possui média zero e variância dada por (22), ou seja, .

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \rightarrow IID D(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (20)$$

$$\sigma_t^2 = \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) \quad (21)$$

onde h_t é uma variável latente definida por um modelo auto regressivo AR(p) dado por:

$$h_t = \mu + \sum_{j=1}^p \phi(h_{t-j} - \mu) + \eta_t \quad (22)$$

onde μ é a média das observações e um ruído associado as variáveis latentes. Moraes e Portugal (2001) lembram que se η_t , então é um *random walk* e o melhor previsor linear dos valores correntes de h_t é um EWMA ou IGARCH .

Modelos de Volatilidade Implícita

Hull (2003) define a volatilidade implícita como aquela que, quando utilizada em conjunto com a fórmula de precificação de opções, dá o preço de mercado da opção. Neste sentido, Mayhew (1995) afirmam que a volatilidade implícita pode ser entendida como a avaliação de mercado, no momento em que o preço da opção é calculado, para o parâmetro da volatilidade constante em um modelo de precificação.

O modelo mais conhecido e usado para precificar opções europeias foi apresentado em artigo seminal em 1973. Foi desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes e ficou conhecido no meio acadêmico e empresarial como “Modelo Black & Sholes”. Dentre os pressupostos do modelo, destaca-se que a volatilidade do ativo-objeto é constante e segue uma distribuição normal.

As fórmulas do “Modelo Black & Sholes” para precificação de opções de compra e venda europeias podem ser escritas como:

$$C_t = S_t N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2) \quad (23)$$

$$P_t = K e^{-rt} N(-d_2) - S_t N(-d_1) \quad (24)$$

onde C_t é o preço da opção de compra, P_t é o preço da opção de venda, S_t é o preço do ativo-objeto, K o preço de exercício da opção, r a taxa de juros livre de risco, t a data de vencimento da opção e σ a volatilidade do ativo-objeto. $N(\cdot)$ é uma função de probabilidade normal acumulada padronizada e os valores de d_1 e d_2 são definidos como:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (25)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (26)$$

A volatilidade pode ser extraída a partir das fórmulas 24 ou 25, porém, não é possível isolá-la nestas equações. Logo, a partir destas fórmulas, pode-se obter a volatilidade implícita por meio da função inversa do “Modelo Black & Sholes” em relação à volatilidade, ou seja:

$$\sigma = f^{-1}(C, S, K, r, t) \quad (47)$$

A equação 27 não admite solução analítica explícita, portanto, devem-se utilizar métodos numéricos para o cálculo da volatilidade implícita (GABE e PORTUGAL, 2004).

Revisão da Literatura Empírica sobre Modelos de Volatilidade na Literatura Nacional

De início destaca-se que os trabalhos que utilizam modelos de volatilidade têm se desenvolvido em torno de dois grandes objetivos principais: 1. Comparar modelos, visando descobrir qual deles é o melhor no processo de estimação e previsão da volatilidade; 2. Identificar inter-relações ou influência da volatilidade de uma variável em outra.

Nos quadros 1 e 2 são apresentados alguns dos trabalhos encontrados nos principais periódicos da literatura nacional abordando o tema volatilidade. O quadro 1 apresenta os estudos que tiveram como objetivo avaliar quais seriam os melhores modelos para estimar a volatilidade. Em ge-

ral, utilizaram como parâmetro de escolha critérios de decisão, como AIC (*Akaike Information Criterion*) e BIC (*Bayesian Information Criterion*), ou poder de previsão do modelo. Aqueles que apresentam menores valores para esses critérios, ou que melhor prevêm a variável futura, são melhores no sentido de estimar a volatilidade e fazer previsões. No quadro 1 são apresentados alguns dos trabalhos que utilizaram mais de um modelo para estimar a volatilidade, a fim de compará-los e descobrir qual é melhor no processo de estimação da volatilidade.

O quadro 2 mostra estudos envolvendo a análise de inter-relações de variáveis com a volatilidade.

PERCURSO METODOLÓGICO

Esta pesquisa constitui-se de um le-

QUADRO 1 – Literatura sobre inter-relações de variáveis com a volatilidade no Brasil

Autor	Objetivo	Conclusão
Medeiros e Doornik (2008)	Investigar a relação empírica entre dividendos, volatilidade de retornos e volume de negócios no mercado de ações brasileiro.	Existem relações contemporâneas e dinâmicas entre a volatilidade e os dividendos e o volume de negócios.
Meurer, Teixeira e Tomazzia (2010)	Analisar se existem efeitos na taxa de câmbio devido às intervenções no mercado cambial, com a volatilidade sendo estimada por GARCH e E-GARCH.	Existe relação entre volatilidade da taxa de câmbio e eficiência das intervenções no mercado cambial brasileiro.
Vicente e Guedes (2010)	Avaliar o poder explicativo das volatilidades implícita e histórica em relação à volatilidade futura.	A volatilidade implícita contém mais informações sobre a volatilidade futura do que a volatilidade histórica.
Costa Filho e Rocha (2010)	Verificar se uma melhor comunicação por parte do Bacen torna a política monetária mais previsível.	A comunicação do Banco Central afeta o mercado financeiro, mas aumenta a volatilidade.
Oliveira e Plaga (2011)	Analisar o comportamento da volatilidade da taxa de câmbio por meio das intervenções cambiais feitas pelo BC.	Em todos os períodos analisados alguma forma de intervenção afetou a volatilidade da taxa de câmbio nominal.
Ceretta <i>et al.</i> (2011)	Investigar como a especificação da distribuição influencia a previsão da volatilidade, por meio de um modelo APARCH.	Para os dados <i>in-sample</i> melhor ajuste da distribuição <i>t-student</i> assimétrica. Na previsão <i>out-of-sample</i> prevaleceu a distribuição normal.
Maciel <i>et al.</i> (2012)	Avaliar, no período da crise do <i>subprime</i> , a hipótese de causalidade na volatilidade entre o mercado acionário à vista e futuro.	Rejeita-se a hipótese de que os movimentos do mercado futuro desestabilizaram o mercado à vista de ações brasileiro.

Fonte: Elaborada pelos autores.

QUADRO 2 – Literatura sobre comparação de modelos de volatilidade no Brasil		
Autor	Objetivo	Conclusão
Andrade e Tabak (2001)	Comparar o poder de previsão da volatilidade implícita com modelos de média móvel e do tipo GARCH.	Volatilidade implícita apresenta desempenho superior em relação aos modelos estatísticos, porém é um estimador viesado.
Gabe e Portugal (2004)	Avaliar a precisão da volatilidade futura usando o Modelo Black & Sholes e os modelos GARCH, EGARCH e FIGARCH.	O modelo FIGARCH apresenta melhor desempenho sendo eficiente e não viesado.
Galdi e Pereira (2007)	Comparar a eficiência de três modelos de volatilidade (EWMA, GARCH e MVE) para o cálculo do VaR – <i>Valor at Risk</i> .	Os três modelos se mostraram adequados para estimar a volatilidade, porém o EWMA foi o mais eficiente.
Santana e Bueno (2008)	Avaliar a previsão da volatilidade da taxa de câmbio estimada através dos modelos GARCH, TAR-CH e SWARCH.	O modelo SWARCH apresentou um desempenho superior para explicar a volatilidade realizada.
Barossi-Filho, Achcar e Souza (2009)	Comparar modelos de volatilidade estocástica e generalizações deste com modelos ARCH/GARCH.	Os MVE mostraram resultados superiores a modelos da classe ARCH/ GARCH.
Moraes, Pinto e Klotzle (2013)	Verificar se o aumento dos pesos relativos atribuídos às observações mais antigas resulta em melhores estimativas da volatilidade.	Inapropriado o uso de modelos que mantêm inalterados tais pesos. Melhor desempenho dos modelos E-GARCH e ARLS entre os sete modelos utilizados.
Fonte: Elaborada pelos autores.		

vantamento do estado da arte da produção científica sobre modelos de volatilidade na literatura nacional, conduzida de maneira quantitativa e qualitativa. Em termos operacionais, trata-se de uma revisão da literatura empírica nacional sobre o tema com o objetivo de proporcionar uma sistematização do tema. O universo da pesquisa é composto por artigos publicados em periódicos científicos brasileiros de Administração, Economia e Contabilidade, classificadas pelo Qualis-CAPES 2013 como A2, B1 e B2, publicados entre 2000 e 2014.

Para selecionar os artigos que fizeram parte da amostra final foram realizadas buscas via internet nos sites dos periódicos listados no Qualis-CAPES 2013, das seguintes palavras-chaves: volatilidade, modelos de volatilidade, volatilidade implícita, volatilidade estocástica, volatilidade histórica, volatilidade intradiária, modelo Black & Scholes, modelos ARCH, GARCH . Por

meio desse procedimento, foram encontrados 51 artigos que continham alguma dessas expressões em seus títulos ou nas palavras-chaves, publicados no período analisado.

Os artigos foram então, analisados utilizando-se um instrumento de coleta de dados, instrução programada em formato de tabela, com os campos em comum a serem extraídos de cada trabalho pesquisado. Esse instrumento possibilitou identificar e sistematizar as informações de forma analítica. Buscou-se extrair de cada artigo, os dados e informações essenciais, que possibilitassem uma melhor compreensão dos modelos de volatilidade utilizados nas pesquisas nacionais, como: metodologia, base de dados, estatísticas descritivas, convergências de modelos e testes utilizados nas séries temporais e regressões. A tabela I apresenta o número de artigos encontrados em cada um dos níveis selecionados, A2, B1 e B2.

TABELA 1 – Artigos na literatura nacional sobre volatilidade, Qualis-CAPES, 2000- 2014

Qualis	Quantidade	%
A2	14	29,79
B1	25	53,19
B2	8	17,02
Total	47	100,00

Fonte - Elaborada pelos autores.

Dentre os periódicos descritos nesses níveis, treze apresentaram artigos publicados sobre o tema na busca da pesquisa, a saber: *Brazilian Business Review (BBR)*, *Gestão & Produção*, *Revista Brasileira de Economia (RBE)*, *Economia Aplicada*, *Estudos Econômicos (Est. Econômicos)*, *Revista Brasileira de Finanças (RBFIN)*, *Revista de Administração da USP (RAUSP)*, *Revista Base*, *Revista Contextus*, *Economia e Gestão*, *Revista de Contabilidade e Finanças da USP*, *Revista de Administração Mackenzie (RAM)* e *Revista Pensamento Econômico em Administração (RPEA)*.

Após a varredura feita nos sites, foram encontrados 51 artigos (tabela 1), os quais constituíram a base de dados deste estudo. Posteriormente, iniciou-se o processo de leitura, coleta de dados (instrução programada) e tabulação dos dados. Araújo *et al.* (2012) destacam que a classificação dessas informações é subjetiva, face à percepção ou à compreensão dos autores sobre o tema. Foi utilizado o *software* MS-Excel 2010 para tabulação dos dados para melhor disposição destes.

Dos 51 artigos inicialmente encontrados foram excluídos quatro que continham a palavra volatilidade em seu resumo, mas não abordavam nenhum cálculo para seu valor ao longo do desenvolvimento do mesmo.

As variáveis destacadas para o instrumento de coleta de dados em cada artigo

foram: 1. Dados de identificação: autor, ano de publicação, nome do periódico publicado, estudo teórico ou empírico; 2. Objetivo do estudo (se comparação / associação da volatilidade entre variáveis ou comparação de modelos de cálculo); 3. Metodologia: amostra utilizada, período estudado (anos), modelos de volatilidade utilizados, método de estimação, estatísticas descritivas, critérios de decisão, correções e testes; 4. Resultados e conclusões: no caso de comparação de modelos, qual foi o melhor no processo de estimação ou previsão da volatilidade.

Por fim, realizou-se a análise dos resultados encontrados, apresentados na próxima seção. Além da agregação das informações detalhadas na metodologia e conclusões dos artigos, buscou-se também analisar os modelos mais utilizados para estimar e prever a volatilidade, as principais aplicações, variáveis utilizadas e constatações dos modelos.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentadas as informações dos dados compilados nos 47 artigos publicados nos treze periódicos brasileiros descritos na seção anterior (tabela 1).

A tabela 3 apresenta a classificação dos estudos quanto às três abordagens amplas utilizadas para o cálculo da volatilidade: estatística, implícita e histórica. Pode-

TABELA 2 – Distribuição temporal e por periódico dos artigos sobre volatilidade na literatura nacional, 2000-2014

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Total
BBR								1	1		1			1	1	5
Gestão & Produção													2			2
RBE	1	1	1		3							1				7
Economia Aplicada								1			3			1		5
Est. Econômicos								1		1		1	1			4
RBFIN					1		2	1	1	2		2	2	1	1	13
RAUSP		1						1	1							3
Base									1						1	2
Contextus								1								1
Economia e Gestão											1		1			2
R. Cont. Fin. – USP															1	1
RAM													1			1
RPEA															1	1
Total	1	2	1	0	4	0	2	6	4	3	5	4	7	3	5	47

Fonte: Elaborada pelos autores.

se constatar que da amostra selecionada 87,23% dos artigos utilizaram apenas uma das abordagens para estimar ou prever a volatilidade, totalizando 41 artigos. Destes, 65,96% (31 artigos) empregaram modelos de volatilidade estatística. Verifica-se ainda, que apenas 12,77% dos estudos (6 artigos) utilizaram mais de uma abordagem no cálculo da volatilidade. Destes, 50,00% (3 artigos) compararam as abordagens estatística e implícita.

No que se refere aos modelos utilizados para o cálculo da volatilidade (tabela 4), ressalta-se o fato do número de modelos serem maior que o número total de ar-

tigos, isto ocorre, pois um mesmo estudo pode conter mais de um modelo para estimar a volatilidade. Dentre todos eles destacam-se os modelos da família GARCH, com participação de 60,23%, presente em 29 estudos. Deste subtotal, 43,4% (23 modelos) e 24,53% (13 modelos) se referem aos modelos GARCH e EGARCH respectivamente.

Estes resultados confirmam a ideia apresentada em estudos recentes sobre os modelos da família GARCH serem os mais utilizados para estimar e prever a volatilidade. Galvão *et al.* (2000) afirmam que para séries financeiras esta é uma forma simples

TABELA 3 – Abordagens para cálculo da volatilidade na literatura nacional, 2000-2014

Abordagem	Quantidade	%
Volatilidade Estatística	31	65,96
Volatilidade Histórica	7	14,89
Volatilidade Implícita	3	6,38
Volatilidade Estatística x Implícita	3	6,38
Volatilidade Implícita x Histórica	2	4,26
Volatilidade Estatística x Histórica	1	2,13
Total	47	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

de modelar a incerteza sobre a média de preços desses ativos, fator que contribui para sua maior utilização.

Em segundo lugar aparecem os modelos de volatilidade implícita, com participação de 11,36% do total de modelos, presente em 8 artigos. Destaca-se que seis dentre os dez modelos abordados utilizaram o modelo de precificação de opções de Black-Scholes-Merton.

Quanto aos dados utilizados nos estudos (tabela 5) verifica-se a predominância de algum tipo de variável financeira. Os índices de bolsa de valores foram as séries mais utilizadas, com participação de 49,12%, presente em 27 artigos. Do total

dos índices, 81,48% referem-se ao Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa). A sua vasta abordagem pode ser justificada por este ser o indicador de desempenho médio mais importante do mercado acionário brasileiro, além de constituir uma carteira de mercado amplamente utilizada (Barrossi-Filho, Achar e Souza, 2010).

Também foram utilizadas séries de taxa de câmbio, de juros, índice de preços, ações, *par bonds* e *commodities* para calcular a volatilidade. A variável taxa de câmbio aparece em segundo lugar dentre as variáveis mais utilizadas, com participação de 21,43%, presente em 11 artigos.

A tabela 6 apresenta o período de tempo,

TABELA 4 – Modelos utilizados na literatura nacional para cálculo da volatilidade, 2000-2014

Modelo	Quantidade	%	Número de artigos
Família GARCH	53	60,23	29
Volatilidade Implícita	10	11,36	8
Desvio Padrão	6	6,82	6
Vol. Estocástica	5	5,68	4
EWMA	5	5,68	5
GK (Garman e Klass)	2	2,27	2
Janela Móvel	1	1,14	1
Outros	6	6,82	5
Total	88	100,00	

Fonte: Elaborada pelos autores

TABELA 5 – Séries de dados utilizadas na literatura nacional para análise da volatilidade, 2000-2014

Variáveis	Quantidade	%	Número de artigos
Índice de bolsa	27	48,21	20
Taxa de câmbio	12	21,43	11
Ações preferenciais	8	14,29	8
Taxa de juros	5	8,93	5
<i>Commodities</i>	2	3,57	2
Índice de preços	1	1,79	1
<i>Par bonds</i>	1	1,79	1
Total	56	100,00	

Fonte: Elaborada pelos autores

em anos, estudado por cada artigo. Observa-se que 36,17% destes optaram por estudar um tempo médio de 2 a 5 anos. E ainda, 85,11% estudaram um período de 2 a 10 anos.

Conforme destaca Alexander (2005) no modelo GARCH há uma dicotomia entre se ter dados suficientes para que as estimativas dos parâmetros sejam estáveis, conforme a janela de dados móvel, e dados em excesso, de forma que as previsões não reflitam apropriadamente as condições correntes de mercado. Esta observação é válida tanto para o modelo GARCH quanto para qualquer estimação considerando séries temporais, caso das variáveis tratadas aqui.

Já em relação aos testes realizados (tabela 7), verifica-se que 74,47% dos estudos (35 artigos) fizeram algum tipo de teste na amostra de dados ou resultados obtidos.

Os testes para raiz unitária em séries temporais, realizados para avaliar a estacionariedade de uma série a um determinado nível de significância representam 34,43% dos testes realizados e foram utilizados em 23 dos 47 artigos analisados. Estes somam 40 testes, dentre o ADF (augmented Dickey-Fuller), Phillips Perron, KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin), Zivot e Andrews e dois outros testes não especificados em três artigos.

Dos 42 testes auferidos, 50% se referem ao teste ADF e 28,57% ao Phillips e Perron. Santana e Bueno (2008) destacam que é importante a análise desse tipo de teste, pois os coeficientes encontrados em regressões apenas serão válidos se as séries utilizadas forem estacionárias.

Em segundo lugar aparecem os testes

TABELA 6 – Período analisado (anos), na literatura nacional sobre volatilidade, 2000-2014

Quantidade de anos	Quantidade	%
Menor que 2 anos	5	10,64
De 2 a 5 anos	17	36,17
De 6 a 10 anos	14	29,79
De 11 a 20 anos	4	8,51
Maior que 20 anos	1	2,13
Não informado	6	12,77
Total	47	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

TABELA 7 – Testes utilizados, na literatura nacional sobre volatilidade, 2000-2014

Teste	Quantidade	%	Número de artigos
Raiz Unitária	42	34,43	23
Autocorrelação	31	25,41	29
Normalidade	24	19,67	22
ARCH-LM	10	8,20	10
Causalidade	8	6,56	7
Violação dos Limites	7	5,74	7
Total	122	100,00	

Fonte: Elaborada pelos autores

de autocorrelação dos resíduos. Ao agrupar os testes Ljung Box, Durbin-Watson, Teste LM, ACF/PACF, correlograma e autocorrelações representam 25,41% dos testes utilizados, presente em 29 artigos. Assim, constata-se que juntos, os testes de raiz unitária e autocorrelação representam 59,84% de todos os testes realizados.

Na tabela 8, observa-se que dentre as estatísticas descritivas abordadas nos artigos, a média foi a mais utilizada, representando 17,65% dos testes e presente em 33 artigos. Nota-se também, que grande parte destes, porcentagem maior que 50%, calcularam a média, desvio padrão, assimetria, curtose, máximo e mínimo das variáveis analisadas.

A descrição e sumarização dos dados podem ser consideradas a etapa inicial da análise de uma amostra. A estatística descritiva ou análise exploratória foca somente em resumir, descrever ou apresentar dados (COLLIS e HUSSEY, 2005).

Em geral, nos estudos em que são utilizados mais de um modelo para estimar a volatilidade, são utilizados critérios de informações a fim de decidir qual é o melhor no cálculo da volatilidade, dentre metodo-

logias de uma mesma classe. Também são usualmente utilizados para a identificação do número de defasagens ótimas de um modelo econométrico.

Medeiros e Dornik (2008) lembram que estas são medidas de qualidade de ajustamento corrigidas à perda de graus de liberdade resultante da adição de defasagens a um modelo. Aquele que apresentar o menor valor para o critério selecionado deve ser o modelo que melhor se ajusta aos dados da série ou que apresenta um número de defasagens adequadas.

Nos estudos analisados, foram verificados que do total de critérios utilizados, 33,33% correspondem ao critério AIC. Juntamente com o modelo BIC, estes somam 62,2% dos critérios utilizados.

Ao agrupar todos os critérios, constata-se que estes foram utilizados em 44,68% dos estudos (21 artigos). Porém, na tabela 4, verificamos que 61,7% (29 artigos) abordaram modelos da família GARCH e 8,51% (4 artigos) modelos de volatilidade estocástica, sendo assim, em 12 artigos, a ordem de defasagens dos modelos não foi selecionada por meio dos critérios de decisão.

TABELA 8 – Estatísticas descritivas dos artigos da literatura nacional sobre volatilidade, 2000-2014

Estatística	Quantidade	%
Média	33	17,65
Desvio Padrão	27	14,44
Assimetria	27	14,44
Curtose	27	14,44
Máximo	24	12,83
Mínimo	24	12,83
Mediana	22	11,76
Pearson	3	1,60
Total	187	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

TABELA 9 – Critérios de decisão utilizados nos artigos da literatura nacional sobre volatilidade, 2000-2014

Critério	Quantidade	%
AIC (<i>Akaike Information Criterion</i>)	18	33,33
BIC (<i>Bayesian Information Criterion</i>)	11	20,37
REMSE (<i>Root Mean Square Error</i>)	6	11,11
HQC (<i>Hannan–Quinn Information Criterion</i>)	4	7,41
Log- Likelihood	3	5,56
SBC (<i>Schwarz-Bayes Criterion</i>)	3	5,56
SIC (<i>Schwartz Information Criterion</i>)	3	5,56
MAE (<i>Mean Absolute Error</i>)	2	3,70
DIC (<i>Deviance Information Criterion</i>)	1	1,85
FPE (<i>Final Prediction Error</i>)	1	1,85
Fator Bayes	1	1,85
MAPE (<i>Mean Absolute Percentage Error</i>)	1	1,85
Total	54	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

Os modelos de volatilidade foram utilizados tanto com o objetivo de comparar metodologias, 44,68% dos artigos, quanto no sentido de descobrir a associação ou influência desta sobre alguma outra variável, 55,32%, conforme se observa na tabela 10.

A tabela 11 mostra que dentre os estudos que buscaram comparar a eficiência de diferentes modelos de volatilidade, a maioria, 36,36% (8 artigos) encontrou que os modelos da família GARCH são melhores para estimar e prever a volatilidade. Em segundo lugar o modelo EWMA representa 18,18% (2 artigos) do total destes estudos. Este último, apesar de ser o modelo mais utilizado no mercado financeiro, parece

não ser o melhor dentre os modelos abordados nas pesquisas, porém, seu emprego é justificado pelos pesquisadores pela facilidade de cálculo.

Em síntese, foi constatado que na literatura nacional sobre o tema volatilidade o uso de modelos mais sofisticados, como os modelos de volatilidade condicional tem evoluído significativamente. Destaca-se a análise, por maior parte dos estudos, tanto de estatísticas descritivas das séries analisadas, quanto da utilização de algum índice de bolsa para modelar a volatilidade. E ainda, quanto ao emprego dos critérios de decisão e testes diagnósticos para amostra ou para os resultados encontrados, ressal-

TABELA 10 – Objetivo dos artigos da literatura nacional sobre volatilidade, 2000-2014

	Quantidade	%
Associação de Variáveis	26	55,32
Comparação de Modelos	21	44,68
Total	47	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

TABELA 11 – Modelo mais eficiente na literatura nacional para cálculo da volatilidade, 2000-2014

Melhor ajuste	Quantidade	%
Família GARCH	8	38,10
EWMA	2	9,52
Volatilidade implícita	2	9,52
Mais de um modelo	7	33,33
Volatilidade estocástica	1	4,76
Rede neural	1	4,76
Total	21	100,00

Fonte: Elaborada pelos autores

ta-se à sua moderada utilização frente ao número total de artigos avaliados. Estes últimos possuem papéis importantes na escolha do número de defasagens ótimas de um modelo de volatilidade condicional e seleção de melhores modelos e na avaliação da eficácia dos resultados alcançados respectivamente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou fazer um levantamento dos artigos publicados entre 2000 e 2014, nas principais revistas brasileiras, segundo a classificação do Qualis/CAPES, abordando o tema modelos de volatilidade. Foram verificados os principais modelos para estimar a variância de uma série temporal, as características metodológicas e as principais constatações empíricas dos artigos que constituem a base de dados deste estudo.

A partir da análise dos artigos foram verificados os seguintes perfis das pesquisas analisadas: 1. O enfoque estatístico foi o mais utilizado para estimar a volatilidade, 2. Neste enfoque, os modelos da classe ARCH/GARCH foram os mais utilizados, 3. Os índices de bolsa foram as variáveis mais utilizadas para estimar a volatilidade, 4. Estatísticas descritivas foram empregadas na maior parte dos

estudos, 5. Testes diagnósticos e critérios de decisão não foram utilizados amplamente para avaliar a adequação das variáveis utilizadas aos modelos, 6. A maior parte dos artigos buscou analisar inter-relações entre duas ou mais variáveis com a volatilidade, 7. Desempenho superior dos modelos da classe ARCH/GARCH quando o objetivo foi comparar metodologias.

De forma geral, observou-se a significativa evolução no uso de modelos mais sofisticados para estimar a volatilidade, como os modelos da família GARCH. Seu emprego revela a importância do desenvolvimento de modelos nesta área, a fim de melhorar a eficiência das estimativas alcançadas. Concomitante a esta melhoria, destaca-se a importância tanto da realização de testes diagnósticos como do uso de critérios de decisão nas amostras utilizadas, a fim de aumentar o desempenho e eficácia dos resultados alcançados nas pesquisas.

Para pesquisas futuras sugere-se o emprego de uma amostra mais ampla, englobando artigos nacionais e internacionais. Desta forma, consegue-se auferir resultados mais precisos acerca das conclusões descritas nos resultados e conclusões deste artigo.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, C. *Modelos de mercado: um guia para a análise de informações financeiras*. São Paulo: Editora Saraiva, 2005.
- ANDRADE, S. C.; TABAK, B. M. *Is it worth tracking Dollar/Real implied volatility? Working Paper*, Banco Central do Brasil, p. 1-25, 2001.
- ARAÚJO, T. A. E.; OLIVEIRA, C. V.; SILVA, C. A. W. CAPM em estudos brasileiros: uma análise da pesquisa. *Revista de Contabilidade e Organizações*, vol.6, n.15, p.95-122, 2012.
- ATABOONWONGSE, GOLF. *The role of the SGT Density with Conditional Volatility, Skewness and Kurtosis in the Estimation of VaR: A Case of the Stock Exchange of Thailand*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*; v.40; p. 736 - 740; 2012.
- BAILLIE, R. T.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H. O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 74, v. 1, p. 3-30, Jan. 1996.
- BAROSSO-FILHO, M.; ACHCAR, J. A.; SOUZA, R. M. Modelos de volatilidade estocástica em séries financeiras: uma aplicação para o IBOVESPA. *Economia Aplicada*, Ribeirão Preto, v. 14, n. 1, p. 25-40, jan./mar. 2010.
- BELKHOUSA, M.; BOUTAHARY, M. *Modelling volatility with time-varying FIGARCH models*. *Economic Modelling*, v. 28, v.3, p. 1106 - 1116, Aug. 2011.
- BLACK F.; SCHOLES, M. *The pricing of options and corporate liabilities*. *The Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, p. 637-654, May/Jun., 1973
- BOLLERSLEV, T. *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p.307-327, Sep. 1986.
- CERETTA, P. S.; BARBA, F. G.; VIEIRA, K. M.; CASARIN, F. Previsão da volatilidade intradiária: análise das distribuições alternativas. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 9, n. 2, art. 152, p. 209-226, 2011.
- CERQUEIRA, V. S. Volatilidade da taxa de câmbio real e taxa de juros no Brasil: evidências de um modelo VAR-GARCH-M para o período 1999-2010. *Economia Aplicada*, Ribeirão Preto, v. 17, n. 3, p. 355-378, jul./set. 2013.
- CHRISTENSEN, B. J.; PRABHALA, N. R. *The relation between implied and realized volatility*. *Journal of Financial Economics*, v. 50, n. 2, p. 125-150, Feb. 1997.
- COLLIS, J.; HUSSEY, R. Pesquisa em administração: um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- COSTA FILHO, A. E.; ROCHA, F. Como o mercado de juros futuros reage à comunicação do Banco Central? *Economia Aplicada* (on line), Ribeirão Preto, v. 14, n. 3, p. 265-292, jul./set. 2010.
- DAVIDSON, L. *Moment and memory properties of linear conditional heteroscedasticity models*. *Journal of Business and Economics Statistics*, v. 22, v. 1, p. 16-29, Jan. 2004.
- DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, North-Holland, v. 1, n.1, p. 83-106, June 1993.
- DING, D. *Modeling of Market Volatility with APARCH Model*. *Uppsala Universitet*, 2011.
- ENGLE, R. F. *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1007, Jul. 1982.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets II. *The Journal of Finance*, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, Dec. 1991.
- FAMA, E. F. *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*. *The Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 383-417, May 1970.
- ENGLE, R. F.; LILIEN, D. M.; ROBINS, R. P. *Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model*, *Econometrica*, v. 55, n. 3, p. 391-407, Mar. 1987.
- GABE, J.; PORTUGAL, M. S. Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004.
- GAIO, L. E.; PIMENTA JÚNIOR, T. *Value-at-Risk da Carteira do Ibovespa: uma análise com o uso de modelos de memória longa*. *Gestão & Produção*, São Carlos, v. 19, n. 4, p. 779-792, out./dez 2012.
- GALDI, F. C.; PEREIRA, L. M. Valor em Risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica. *Brazilian Business Review*, Vitória, v. 4, n. 1, p. 74-95, 2007.
- GALVÃO, A. B.; PORTUGAL, M. S.; RIBEIRO, E. P. Volatilidade e causalidade: evidências para o mercado à vista e futuro de índice de ações no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 54, n. 1, p. 37-56, Jan. 2000.
- GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. *Relationship between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks*. *The Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1779-1801, Dec. 1993.
- HANSEN, R. P.; LUNDE, A. *A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH (1,1)?*. *Journal of Applied Econometrics*, v.20, pag.873-889, 2005.
- HULL, J.; WHITE, A. *The pricing of op-*

- tions on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, v. 42, n. 2, p.281-300, Jun. 1987.
- HULL, J. C. Opções, Futuros e Outros Derivativos. 3ª ed. São Paulo: BM&F, 2003.
- LAURENT, S. *Analytical derivatives of the APARCH model. Computation Economics*, v.24, n. 1, p. 51-57, Aug. 2004.
- LIU, X; CAO, H. *Improvement of the VaR Method for Foreign Exchange Risk Measurement Based on Macro Information Released. Systems Engineering Procedia*, v.1, p.440-449, 2011.
- MACIEL, L.; SILVEIRA, R. L. F.; LUNA, I.; BALLINI, R. Impacto dos contratos futuros do Ibovespa na volatilidade dos índices de ações no Brasil: uma análise na crise do subprime. *Estudos Econômicos*, São Paulo, v. 42, n. 4, p. 801-825, out./dez. 2012.
- MEDEIROS, O. R. □ DOORNIK, B. F. N.V.A relação empírica entre dividendos, volatilidade de retornos e volume de negócios no mercado de ações brasileiro. *Brazilian Business Review*, Vitória, v. 5, n. 1, p. 117, jan./abr. 2008.
- MEURER, R.; TEIXEIRA, F.W.; TOMAZZIA, E. C. Efeitos das intervenções cambiais a vista na taxa de câmbio R\$/US\$: o caso brasileiro de 1999 a 2008. *Economia Aplicada*, Ribeirão Preto, v. 14, n. 4, p. 323-346, dez. 2010 .
- MORAES, A. S. M.; PINTO, A. C. F.; KLOTZLE, M. C. Estimativas de longo prazo para a volatilidade de séries temporais no mercado financeiro brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 11, n. 4, p. 455-479, dez. 2013.
- MORAIS, I. A. C.; PORTUGAL, M. S. Uma investigação sobre os movimentos na volatilidade dos par bonds latino-americanos. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 55, n. 2, p. 183-204, Apr. 2001 .
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.
- MORETTIN, P.A. *Econometria financeira*. São Paulo: Blücher, 2008.
- NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347-370, Mar. 1991.
- NIELSEN, B. E. O.; SHEPHARD, N. *Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, v.64, n.2, pag.253-280, 2002.
- OLIVEIRA, F. N.; PLAGA, A. Eficácia das intervenções do Banco Central do Brasil sobre a volatilidade condicional da taxa de câmbio nominal. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 65, n. 1, p. 71-92, mar. 2011 .
- LONGERSTAEY, J.; SPENCER, M. Riskmetricstm—technical document. *Morgan Guaranty Trust Company of New York: New York*, 1996.
- SANTANA, R. M.; BUENO, R. L. S. SWARCH e volatilidade implícita no câmbio do Real/USD. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 6, n. 2, art. 169, p. 235-265, 2008.
- SHAIKH, I.; PADHI, P. A *Simultaneous Equation Approach on the Relationship between Implied, Realised and Historical Volatility. Asia-Pacific Journal Management Research and Innovation*, v.9, n.2, p. 139-155, 2013.
- MAYHEW, S. *Implied Volatility, Financial Analysts Journal*, v51 n4, p. 8-20, 1995.
- TAYLOR, S. J. *Conjectured models for trend in financial prices testes as forecasts. Journal of the Royal Statistical Society*, v. 42, v. 2, p. 338-362, Feb. 1980.
- TAYEFI, M.; RAMANATHAN, V. T. *An Overview of FIGARCH and Related Time Series Models. Austrian Journal of Statistics*, v.41, n.3, p.175-196, 2012.
- TSAY, R. S. *Analysis of financial times series*. New York, Wiley, 2002.
- VALLS, P. Modelos para a Variância Condicional e Não Condicional: Especificação e Previsão, 2007.
- VICENTE, J. V. M.; GUEDES, T. S. A Volatilidade implícita contém informações sobre a volatilidade futura? Evidências do mercado de opções de ações da Petrobrás. *Brazilian Business Review*, Vitória, v. 7, n. 1, p. 48-65, jan./mar. 2010.
- ZAKOAIN, J. M. Threshold heteroskedasticity models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 18, n. 5, p. 931-955, Sep. 1994.