

# ESTIMATIVA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE À FLEXÃO DE TORAS DE MADEIRA POR MEIO DE VIBRAÇÃO TRANSVERSAL LIVRE

Marcelo Rodrigo Carreira, PhD Student, Professor Assistente, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão, Coordenação de Engenharia Civil, Campo Mourão, PR. e-mail: carreira@utfpr.edu.br

Pedro Gutemberg de Alcântara Segundinho, PhD, Eng. Civil, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, SP. e-mail: p\_gutemberg2001@yahoo.com.br

Antônio Alves Dias, PhD, Professor Doutor, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, SP. e-mail: dias@sc.usp.br

## RESUMO

As toras destinadas à aplicações estruturais necessitam passar por um processo de avaliação de qualidade a fim de verificar se suas propriedades mecânicas atendem aos requisitos de projeto. O mais antigo método de avaliação consiste em inspecionar visualmente a superfície das toras. Porém, a impossibilidade de examinar a integridade interna do material é uma das maiores desvantagens desse método. Dessa maneira, a inspeção visual sempre deve ser acompanhada de algum método complementar de Avaliação Não-Destrutiva (AND) dentre os quais os mais utilizados são o ensaio de flexão estática e os ensaios dinâmicos de ultrassom e vibração transversal. Este trabalho apresenta um estudo experimental sobre a estimativa do módulo de elasticidade à flexão de toras de madeira por meio de ensaios de vibração transversal. Dez toras de *Eucalyptus citriodora* com comprimento de cerca de 4,5 metros e diâmetro médio de 16 cm foram submetidas a ensaios de flexão estática e vibração transversal. A análise dos resultados mostrou uma boa correlação entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico indicando que o ensaio de vibração pode ser empregado para avaliar com boa exatidão a rigidez à flexão de toras de madeira.

**Palavras chave:** Avaliação Não-Destrutiva, rigidez à flexão, toras.

## ABSTRACT

The logs intended for structural applications need to go through a process of quality assessment in order to verify that their mechanical properties meet the design requirements. The oldest method of assessment is to visually inspect the surface of the logs. However, it is impossible to examine the internal integrity of the material is one of the biggest drawbacks of this method. Thus, visual inspection should always be accompanied by a complementary method of Nondestructive Evaluation (NDE) among which the bathing suits are used for the static bending and dynamic tests as ultrasound and transverse vibration. This paper presents an experimental study on estimating the bending modulus of elasticity of logs by transverse vibration tests. Ten *Eucalyptus citriodora* logs with a length of about 4.5 meters and diameter of 16 cm were tested for static bending and transverse vibration. The results showed a good correlation between the static and dynamic modules of elasticity indicating that the vibration test can be used to evaluate with good accuracy the bending stiffness of logs.

**Keywords:** Non-Destructive Evaluation, bending stiffness, wood logs.

## INTRODUÇÃO

O *Eucalyptus sp* é a madeira de reflorestamento mais abundante no Brasil. A grande disponibilidade, o preço competitivo e as boas propriedades mecânicas de certas espécies de *Eucalyptus sp* estão contribuindo para a utilização dessas espécies em substituição às espécies nativas.

Na sua forma original, as toras de *Eucalyptus sp* exibem algumas vantagens em relação à madeira serrada, como maior resistência, menor variabilidade de suas propriedades mecânicas e menor preço.

Para a utilização do eucalipto roliço como elemento estrutural é necessário avaliar as propriedades mecânicas. A inspeção visual é a técnica mais antiga de Avaliação Não-Destrutiva (AND) de elementos estruturais de madeira. Entretanto, não é aconselhável empregar somente essa técnica na avaliação da qualidade estrutural das toras visto a impossibilidade de examinar a integridade interna das mesmas e à baixa sensibilidade das propriedades mecânicas desses elementos às características observadas na inspeção visual.

O objetivo desse trabalho foi avaliar a aplicação da técnica de vibração transversal para a estimativa do módulo de elasticidade à flexão de toras de *Eucalyptus citriodora*.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A equação diferencial que descreve o movimento de uma viga reta em vibração transversal livre, desprezando-se os efeitos do esforço cortante, é mostrada na eq.1 (TIMOSHENKO, 1938):

$$m(x) \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ EI \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial y^2} \right] = 0$$

Sendo:

E: módulo de elasticidade;

I: momento de inércia da seção transversal;

m: massa por unidade de comprimento;

v: deslocamento transversal;

t: tempo;

x: coordenada na direção longitudinal;

y: coordenada na direção transversal.

Essa equação é válida para vigas cujo comprimento é muito maior do que a altura da seção transversal.

Empregando-se o método de separação de variáveis e aplicando-se as condições de contorno do problema é possível encontrar uma expressão que relaciona o módulo de elasticidade do material com a frequência natural do primeiro modo de flexão de uma viga em suspensão livre-livre (eq. 2).

$$E_{M,VT} = \frac{f^2 L^4 \rho A}{12,679 I}$$

Sendo:

$E_{M,VT}$ : módulo de elasticidade dinâmico (N/m<sup>2</sup>);

f: frequência natural do primeiro modo (Hz);

L: comprimento da viga (m);

$\rho$ : densidade aparente (kg/m<sup>3</sup>);

A: área da seção transversal (m<sup>2</sup>);

I: momento de inércia da seção transversal (m<sup>4</sup>).

O emprego da técnica de vibração transversal para avaliação do módulo de elasticidade de vigas de madeira não é novidade. Um dos primeiros trabalhos foi desenvolvido por Pellerin (PELLERIN, 1965) que estudou a aplicação dessa técnica para a determinação da rigidez à flexão de vigas de madeira serrada. Posteriormente, muitos outros trabalhos foram desenvolvidos entre os quais podem ser citados:

Ross *et al* (1991) estimou a rigidez à flexão de 30 vigas de *Spruce-Pine-Fir* com seção transversal de 38 mm x 89 mm com comprimento de cerca de 2,7 m empregando a técnica de vibração transversal. Para verificar a precisão das estimativas, o módulo de elasticidade dinâmico foi correlacionado com o módulo estático sendo obtido  $R^2 = 0,988$ .

Calil Jr & Miná (2003) determinaram o módulo de elasticidade de 326 peças estruturais de *Pinus sp* empregando a técnica de vibração transversal. As vigas de madeira serrada tinham dimensões nominais de 3,8 cm x 13,9 cm x 302,3 cm e teor de umidade de 12%. Os autores utilizaram o aparelho *E-computer 340 da Metriguard*. Após o ensaio dinâmico, os autores mediram o módulo de elasticidade pelo ensaio de flexão estática com as vigas na condição bi-apoiada com carregamento centrado. A regressão linear entre os módulos de elasticidade estáticos e dinâmicos resultou em um coeficiente de correlação (r) de 0,98. Os autores concluíram que a vibração transversal é um método eficiente para classificação de peças estruturais de madeira.

Carreira *et al* (2003) avaliaram a correlação entre os módulos estático e dinâmico de uma amostra composta por 600 peças estruturais de *Pinus sp* com dimensões nominais de 3,5 cm x 12,5 cm x 2,60 m. Os autores verificaram uma forte correlação entre os dados com  $R^2 = 0,98$  e concluíram que a vibração transversal é um método expedito de elevada confiabilidade para a estimativa da rigidez à flexão.

Alguns autores também investigaram a aplicação da técnica de vibração transversal em toras de madeira.

Chui *et al* (1999) desenvolveram um método para a avaliação do módulo de elasticidade de postes de madeira empregando a técnica da vibração livre. Os postes de *Red pine* tinham comprimento e diâmetro médios respectivamente de 7,6 m e 26 cm. Foram usadas duas molas flexíveis para a suspensão das toras. Como a relação entre o comprimento das toras e o diâmetro era superior a 20, Chui *et al* (1999) utilizam o modelo de vigas de Bernoulli levando-se em conta a conicidade das toras. Os autores testaram o método proposto realizando o ensaio de vibração transversal e de flexão estática em uma amostra composta por dez toras da espécie *Red pine*. Chui *et al* (1999) encontraram  $R^2 = 0,85$  na correlação entre os módulos estático e dinâmico e concluíram que o método proposto fornece estimativas precisas do módulo de elasticidade.

Green *et al* (2004) realizaram a classificação de 120 toras de 4,9 m de comprimento, nas quais haviam misturadas as espécies *Subalpine fir (Albies lasiocarpa)* e *Lodgepole pine (Pinus contorta)*. Após a seleção da amostra, as toras foram torneadas para ficarem com seção transversal cilíndrica de 230 mm de diâmetro. Na seqüência foram realizados os testes de flexão estática e de vibração transversal. O coeficiente de determinação obtido foi  $R^2 = 0,95$ .

# MATERIAIS E MÉTODOS

## MATERIAIS

A amostra testada foi composta por 10 toras de *Eucalyptus citriodora* com comprimento da ordem de 4,5 m e diâmetro médio de aproximadamente 16 cm. As toras foram coletadas em uma fábrica de postes de madeira da cidade de São Carlos, estado de São Paulo e eram provenientes do estado do Mato Grosso do Sul.

## ENSAIO DE VIBRAÇÃO TRANSVERSAL

As toras foram suspensas por cordas de Nylon presas a molas para simular a condição de suspensão livre-livre. As cordas foram posicionadas nos pontos nodais do primeiro modo de vibração considerando-se uma viga prismática. A fig. 1 mostra o arranjo do ensaio.

Para excitação das toras foi empregado um martelo de impulso modelo 2303 da *Endevco*. A aceleração foi captada por um acelerômetro LIS3LO2AS4 fabricado pela *ST Microelectronics*.

O acelerômetro permaneceu fixo na extremidade mais delgada da tora e foram desferidos impactos com o martelo de impulso na extremidade oposta.

Os sinais do martelo e do acelerômetro foram aplicados em um condicionador de sinais desenvolvido pelo primeiro autor e o sinal condicionado foi então aplicado na placa de aquisição de dados USB 6009 da *National Instruments*.

A análise dos sinais foi realizada em um programa desenvolvido em *LabVIEW* do qual se pode obter a Função de Resposta em Freqüência (FRF) de Aceleração.

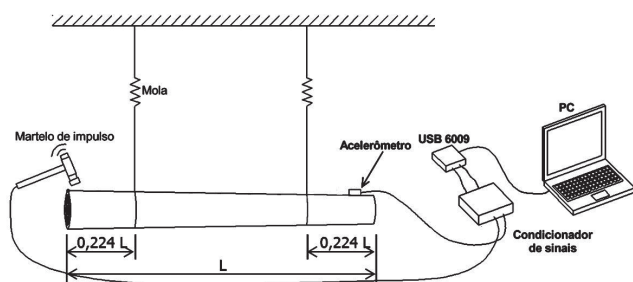


Figura 1: Arranjo do ensaio dinâmico.

Para cada impacto com o martelo foram amostrados 8192 pontos a uma taxa de 5 KHz de modo que a resolução da FRF foi de 0,61 Hz.

As freqüências naturais do primeiro modo de flexão foram obtidas por meio da identificação dos parâmetros modais. Para

tanto, foi utilizado o programa *Modal-Id* (fig. 2), desenvolvido pelo primeiro autor, o qual emprega o método *Rational Fraction Polynomial* (RFP).

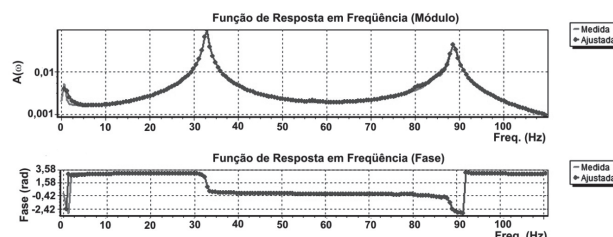


Figura 2: Identificação dos parâmetros modais com o programa *Modal-Id*.

O módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{M,VT}$ ) foi calculado de acordo com a eq. 2, sendo que o momento de inércia foi calculado para o diâmetro medido na metade do comprimento das toras.

## ENSAIO DE FLEXÃO ESTÁTICA

Após a realização do ensaio dinâmico as toras foram submetidas ao ensaio de flexão estática de acordo com o método de ensaio da norma ASTM D 198 “*Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes*” (ASTM, 2008). A fig. 3 mostra um esquemal do ensaio.

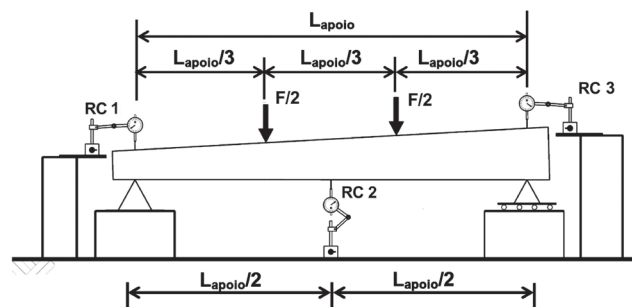


Figura 3: Esquema do ensaio de flexão estática.

Foram utilizados dois relógios comparadores (RC1 e RC3) para medir o deslocamento nos apoios. Tal deslocamento foi descontado dos deslocamentos medidos pelo relógio comparador RC 2. Foram usados relógios comparadores elétricos modelo *DT20-D* da *Kyowa*.

A força foi aplicada com um cilindro hidráulico com capacidade de 200 kN fixado a um pórtico de reação com capacidade para 250 kN. A força aplicada foi medida com uma célula de carga de compressão com capacidade de 50 kN.

A força e os deslocamentos foram medidos com um sistema de aquisição de dados modelo *5100* do fabricante *Vishay*

*Measurement Group*. Foi aplicada uma força crescente até que o deslocamento vertical na metade do comprimento das toras atingisse 15 mm. Para que as toras atingissem tal deslocamento, a máxima força aplicada foi da ordem de 10 kN. A força máxima foi alcançada em aproximadamente 14 minutos, atendendo às especificações da ASTM D198 que limita o tempo de carregamento entre 6 a 20 minutos.

De acordo a norma ASTM D198, o módulo de elasticidade aparente, isto é, desprezando-se a influência do esforço cortante, pode ser obtido pela eq.3.

$$E_{M,stat,ap} = \frac{23L_{apoio}^3}{1296I} \left( \frac{F}{\Delta} \right)$$

Sendo:

$E_{M,stat,ap}$ : módulo de elasticidade aparente (N/m<sup>2</sup>)

$L_{apoio}$ : distância entre apoios (m);

$F/\Delta$ : rigidez à flexão (N/m);

$I$ : momento de inércia da seção transversal situada na metade do comprimento da tora (m<sup>4</sup>).

A rigidez à flexão foi obtida ajustando-se, pela técnica dos mínimos quadrados, uma reta de regressão no diagrama força x deslocamento entre os pontos de leitura de força iguais a 20% e 80% da máxima força aplicada na tora. O coeficiente angular da reta ajustada é numericamente igual a  $(F/\Delta)$ .

## DETERMINAÇÃO DO TEOR DE UMIDADE

O teor de umidade das toras foi determinado com um medidor elétrico modelo *DL 2000* do fabricante *Digisystem*. Foram feitas três medições, sendo uma em cada extremidade e uma terceira na metade do comprimento das toras. O teor de umidade das toras foi assumido como sendo a média aritmética das três medições.

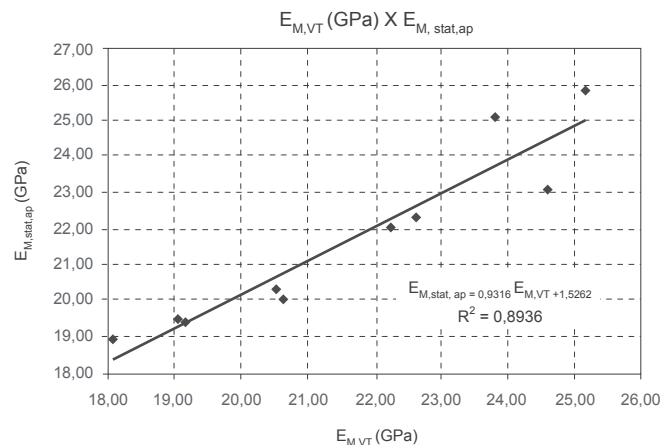
## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A tab. 1 mostra os resultados dos ensaios realizados nas toras na qual observa-se que o teor de umidade na superfície estava acima de 12 %, sendo que algumas toras apresentavam teor de umidade próximo do ponto de saturação das fibras (PS). É provável que as fibras internas das toras continham teor de umidade acima do PS no momento dos ensaios.

**Tabela 1 – Resultados dos ensaios nas toras**

Tora	Umédia (%)	L (cm)	D base (cm)	D meio (cm)	D topo (cm)	Massa (kg)	E <sub>M,stat,ap</sub> (GPa)	E <sub>M,VT</sub> (GPa)
1	18,5	428,0	20,0	16,3	15,6	99,15	23,05	24,60
2	24,5	446,0	18,2	16,4	15,3	92,00	22,31	22,63
3	24,1	450,5	19,5	17,1	15,9	104,00	20,00	20,63
4	20,0	436,5	18,7	15,7	14,5	83,55	19,50	19,08
5	23,3	445,5	21,1	16,0	14,6	86,20	20,31	20,55
6	16,3	464,3	20,1	16,4	15,5	97,85	25,07	23,81
7	19,5	439,5	18,9	15,9	14,8	77,15	18,92	18,08
8	20,2	441,5	19,2	15,9	14,8	92,30	25,82	25,18
9	20,2	446,3	19,4	16,7	15,3	96,75	19,41	19,17
10	15,0	452,3	19,2	15,9	14,7	84,10	22,05	22,23

A fig. 5 mostra o diagrama de dispersão entre os dados obtidos nos ensaios estáticos e dinâmicos. Observa-se que há uma boa correlação entre o módulo de elasticidade estático e dinâmico no teor de umidade do ensaio.



**Figura 5:** Correlação entre os módulos de elasticidade dinâmico e estático.

A tab. 2 apresenta o quadro de ANOVA utilizado para verificar a validade do modelo ajustado.

**Tabela 2 – Análise de variância para a regressão entre**

$E_{M,stat,ap}$  e  $E_{M,VT}$

FONTE	GDL	SQ	QM	F
Modelo	1	47,586	47,586	67,192
Erro	8	5,666	0,708	
Total	9	53,252		

Como  $F_{cal} = 67,192 > F_{0,05; 1,8} = 5,318$  rejeita-se  $H_0$  ao nível de significância  $\alpha=0,05$ , ou seja, de acordo com os dados pode-se afirmar que há evidência estatística de que a proporção da variância total explicada pela equação de regressão é altamente significativa. Em outras palavras, o modelo de regressão linear dado por  $E_{M,stat,ap} [GPa] = 0,0,9316E_{M,VT} [GPa] + 1,5262$  pode ser empregado para representar a relação entre  $E_{M,stat,ap}$  e  $E_{M,VT}$ .

## CONCLUSÕES

A partir dos resultados dos ensaios mecânicos observou-se a existência de uma boa correlação entre o módulo de elasticidade estático e o módulo de elasticidade dinâmico estimado com o ensaio de vibração transversal no teor de umidade do ensaio. Diante dessa constatação pode-se supor que a técnica de vibração transversal seja útil para estimar a rigidez à flexão de postes de madeira com boa exatidão.

Deve-se destacar ainda outras vantagens do ensaio de vibração transversal em relação ao ensaio de flexão estática como menor tempo necessário para a execução dos ensaios e o fato de não requerer dispositivos de apoio para engaste da extremidade das toras.

Entretanto, é bom lembrar que devido às dimensões das toras, os efeitos do esforço cortante nas frequências naturais foram desprezíveis nesse caso. Assim sendo, para uma melhor apreciação dessa técnica como método de AND há ainda a necessidade de realizar testes em toras com relação L/D inferior a 20. Esses estudos estão sendo conduzidos no momento.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## BIBLIOGRAFIA

American Society of Testing And Material. (2008). ASTM D 198 - Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes. Philadelphia, PA.

Calil Jr., C ; Miná A. J. S. (2003) Vibração transversal: Um método eficiente para classificação de peças estruturais de madeira. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Campina Grande, v.7, n.2. p.335-338.

Carreira, M. R.; Cheung, A. B.; Oliveira, F. G. R.; Dias, A. A.; Calil Jr, C.; Sales, A. Stamato, G. C.(2003). Avaliação de Técnicas Não-Destrutivas Aplicadas à Madeira de Pinus sp. In: Pan American Conference for Nondestructive Testing – PANND, 3. Rio de Janeiro - RJ.

Cui, Y. H.; Barclay, D. W.; Cooper, P. A. (1999) Evaluation of Wood Poles Using a Free Vibration Technique. Journal of Testing and Evaluation. v. 27, n. 3. p. 191-195.

Green, D.W.; Gorman, T.M.; Evans, J.W.; Murphy, J.F. (2004). Improved grading system for structural logs for log homes. Forest Products Journal. Madison: v. 54, n. 9.

Pellerin, R.E. (1965) A vibrational approach to nondestructive testing of structural lumber. Forest Products Journal 15(3): 93-101.

Ross, R.J.; Geske, E. A.; Larson, G. R.; Murphy, J. (1991) Transverse vibration nondestructive testing using a personal computer. Research Paper FPL RP-502. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. 17 p.

Timoshenko, S. (1938). Vibration problems in engineering. 2ª ed. New York: John Wiley & Sons.